De l'importance de l'image

Monique Le Guen

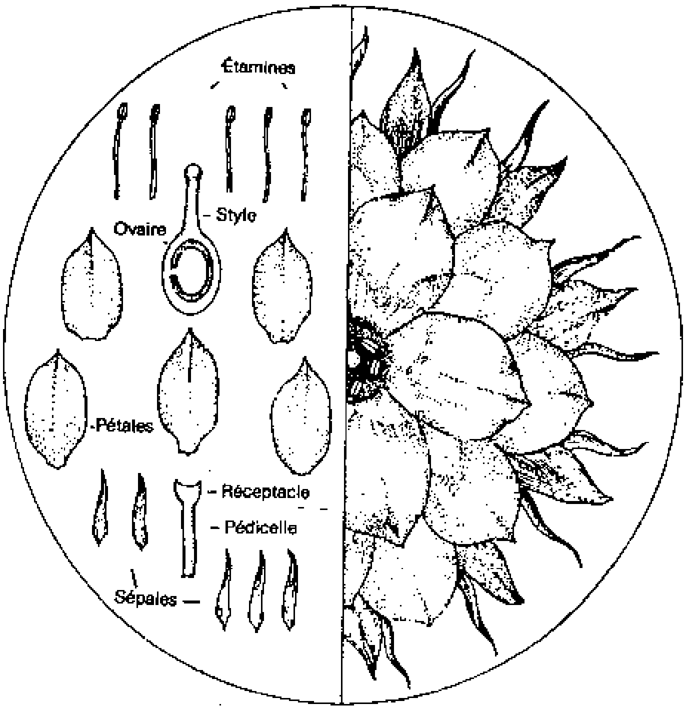
CNRS- MATISSE[1]

L'analyse exploratoire des données est au cerveau droit
ce que l'analyse confirmatoire est au cerveau gauche.
Les deux doivent communiquer pour traiter l'information.

Les neuro-sciences (neuro-anatomie, neuro-physiologie, neuro-biochimie, neuro-biologie, et plus récemment neuro-pédagogie) ont ces dernières années considérablement avancé. Elles ont notamment montré que le traitement de l'information était affaire complémentaire des deux hémisphères cérébraux :

- plus analytique, l'hémisphère gauche est particulièrement apte à traiter l'information verbale ; il procède de façon linéaire et séquentielle, en décomposant un tout en ses différents éléments ;
- plus synthétique, l'hémisphère droit est très efficace pour le traitement visuel et spatial, c'est-à-dire celui des images ; il recherche et construit des structures, en reconnaissant les relations entre éléments séparés ; sa façon de traiter l'information est beaucoup plus globale ; il serait le siège de l'intuition créatrice.

La mandala ci-dessous aidera votre « cerveau droit » à mémoriser ces différences de fonctionnement.



Mandala de Linda WILLIAMS
extrait de « Deux cerveaux pour apprendre, le gauche et le droit » (1997).
Avec l'aimable autorisation de reproduction des Éditions Organisation.

Si chacun des deux hémisphères joue sur des registres différents, c'est bien leur complémentarité, qui donne à la pensée toute son efficacité et sa flexibilité (Linda WILLIAMS, 1997). L'un a besoin de l'autre, aucun des deux ne peut fonctionner seul de manière efficace. Ces conclusions confirment la nécessité des images, réelles ou mentales, dans la compréhension et la création, en particulier s'agissant de la chose mathématique et donc statistique.

---

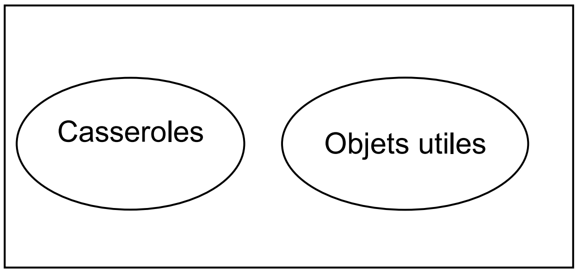
[1] MATISSE-CNRS UMR8595, Maison des Sciences Economiques, 106-112 Boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris.

Images et logique

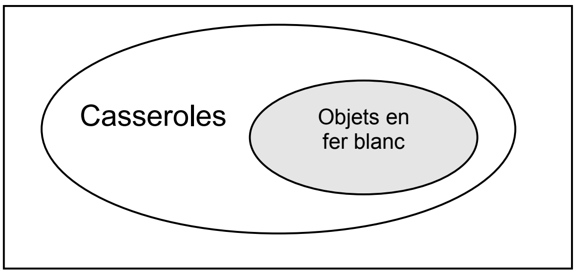
Quand les propositions se multiplient, la pensée logique est vite débordée. Ainsi et pour reprendre un exemple (ici légèrement adapté) cher à Lewis CARROLL, élaborer sans l'aide de la visualisation une conclusion logique valide à partir des trois propositions ci-dessous n'est pas un exercice si facile :

1. Les casseroles de Monique sont toutes inutiles.
2. Les seuls objets en fer blanc que possède Monique sont des casseroles.
3. Tous les cadeaux que Sophie a offerts à Monique sont utiles.

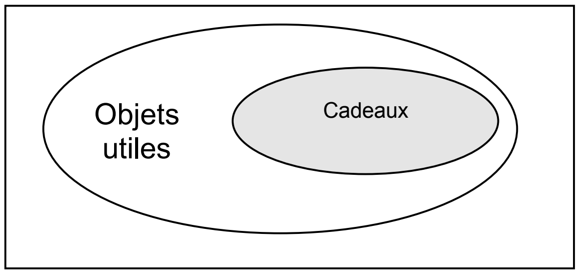
Si on s'appuie sur des diagrammes, comme nous l'ont enseigné CARROLL puis VENN, la solution devient évidente : « Les cadeaux que Sophie a offerts à Monique ne sont pas en fer blanc ».



1. Les casseroles de Monique sont toutes inutiles.



2. Les seuls objets en fer blanc que possède Monique sont des casseroles.



3. Tous les cadeaux que Sophie a offerts à Monique sont utiles.

Images et nombres

Pour le neuro-biologiste DEHAENE, qui s'est penché sur l'enseignement des mathématiques, *il est plausible que les doigts et les nombres occupent des territoires cérébraux voisins et étroitement reliés*. Le lien entre les nombres naturels et les doigts de la main lui paraît en effet inné, puisque c'est avec leurs doigts que tous les enfants de toutes les cultures apprennent à compter. Il estime en revanche que la représentation ordonnancée selon un axe de moins l'infini à plus l'infini (avec le zéro au milieu) provient de notre culture, et plus particulièrement pour ce qui concerne les nombres négatifs, dont l'invention fut d'abord considérée comme une hérésie. Pour PASCAL, la soustraction 0 moins 4 était un pur non-sens. Il est donc fort probable que PASCAL et ses contemporains n'avaient aucune représentation mentale des nombres négatifs. DEHAENE considère à ce sujet que seul le concept de température (il fait moins six degrés) est susceptible de conférer à l'enfant une image intuitive des nombres négatifs.

Dans le domaine des mathématiques un peu moins élémentaires, Il fallut attendre, pour que se développe l'usage des nombres complexes inventés en 1545 par l'Italien Jérôme CARDAN, que le mathématicien anglais John WALLIS en propose en 1685 une représentation géométrique sur plan cartésien (la partie réelle occupant l'axe horizontal et la partie imaginaire l'axe vertical).

Le même phénomène se reproduira à propos des fractales, inventées en 1920 par FATOU et JULIA. Cette invention est longtemps demeurée sans suite, jusqu'à ce que MANDELBROT, chercheur à IBM, la sorte de l'oubli en montrant sur des images spectaculaires ce à quoi correspondaient les fractales et en baptisant « géométrie fractale » cette nouvelle branche des mathématiques.

Images et mathématiques

POINCARE l'affirmait, c'est par l'intuition qu'on invente et par la logique qu'on démontre. Il ajoutait que l'intuition faisait essentiellement appel à des images mentales, sans logique apparente, tandis que la démonstration réclamait au contraire un raisonnement logique se déroulant pas à pas.

Plus tard, HADAMARD (« Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique », 1952) distinguera dans la création mathématique quatre étapes : préparation, incubation, illumination et vérification. Dans la phase de préparation, il faut acquérir des informations qui sont dissociées, parcellaires, il faut rassembler des indices sans cohérence apparente. Dans la phase d'incubation, l'esprit cherche à relier ces informations et indices pour trouver une cohérence, une logique, donner du sens. Dans cette deuxième phase, ce ne sont pas les mots qui sont traités mais des signes et des images. Puis soudain vient une illumination, quelque chose de très rapide, fugitif, une sensation d'avoir compris la cohérence. C'est l'instant où l'on dit « Eureka », ou « Insight » pour les anglosaxons. On a alors une compréhension globale du problème à résoudre. La dernière étape va consister à vérifier, en démontrant par un raisonnement logique, linéaire, ce que l'on a préssenti ou ressenti. Cette étape de vérification est souvent très longue et empreinte de doutes, mais on est guidé par la presque certitude d'avoir découvert une vérité. À son issue seulement, on pourra porter un jugement raisonné.

Les travaux actuels de DEHAENE nous enseignent que même en mathématiques l'intuition concrète joue un rôle crucial, tant au niveau de la compréhension qu'à celui de l'invention.

Les mathématiques modernes,
discutables et discutées

Des avis très critiques ont été émis sur la réforme des maths modernes qui avait été décidée dans les années 1960-70, sous l'impulsion des Bourbakistes épaulés par le psychologue PIAGET. À ce sujet, les réflexions de DEHAENE (« La bosse des maths », 1997), sont directes, utiles et sans ménagements : *Nos écoles se contentent souvent d'inculquer une arithmétique mécanique et dépourvue de sens… En France, la fameuse réforme dite des "maths modernes" a ravagé le sens mathématique d'une génération d'écoliers en présentant, selon le pédagogue B. CHARLOT, "un enseignement formalisé à l'extrême, coupé de tout support intuitif ou présenté à partir de situations artificielles, et très sélectif"… Aux difficultés considérables que pose déjà l'arithmétique à tout cerveau normalement constitué vient alors s'ajouter un trouble affectif : la phobie des mathématiques. Nous pouvons lutter contre ces difficultés si nous bâtissons les connaissances mathématiques, dans le cerveau de nos enfants, sur le concret et non sur l'abstrait... Les enfants ne demandent qu'à aimer les mathématiques, pour peu qu'on leur en présente les aspects ludiques plutôt que la symbolique abstraite. Parents, jouez au jeu de l'oie avec vos enfants : vous leur donnerez un bon départ en arithmétique*.

DIEUDONNE, membre influent de l'école Bourbakiste et donc ancien partisan de l'abstraction des mathématiques, était lui-même revenu, dans « Pour l'honneur de l'esprit humain, les mathématiques d'aujourd'hui » (1987), sur ses penchants au tout algèbre et à l'interdit de l'image en mathématiques : *Le remplacement du langage algébrique par le langage géométrique apporte des simplifications considérables et fait apparaître des propriétés qui restent insoupçonnées lorsqu'elles sont enfouies sous un fatras de calculs. Ainsi les modèles mathématiques de la programmation linéaire et de l'optimisation se comprennent et se traitent beaucoup mieux lorsqu'on interprète les inégalités qui y figurent sous forme géométrique*.

En 1994, le vulgarisateur des mathématiques du chaos Ian STEWARD saluait le retour de la géométrie : *Après s'être recyclées dans le formalisme avec BOURBAKI, les mathématiques actuelles reviennent en courant vers l'étage géométrique de la spirale, aussi vite que leurs jambes peuvent les porter.*

L'omniprésence de Mnémosyne

PASCAL : *La mémoire est nécessaire pour toutes les opérations de l'esprit.*

VOLTAIRE : *Les Muses, filles de la Mémoire, nous enseignent que sans mémoire on n'a pas d'esprit.*

Les chercheurs impliqués dans les sciences du cerveau en sont convaincus, c'est de la compréhension du fonctionnement de la mémoire que se déduiront les règles de traduction entre la matière et l'esprit (ROSE, « La mémoire, des molécules à l'esprit », 1992).

Mais pour ce qui concerne la pratique, on le sait depuis les anciens, la clé d'une bonne mémorisation est le classement ordonné des choses dont on veut se souvenir, en les associant à des représentations, c'est-à-dire des images : *Les personnes désirant soumettre cette faculté à un entraînement doivent choisir en pensée des lieux distincts, puis former des images mentales des choses dont ils veulent se souvenir et ranger ces images dans les divers lieux. De cette façon, l'ordre des lieux conservera l'ordre des choses ; et les images des choses évoqueront les choses elles-mêmes* [CICERON, « De oratore »].

Monique LE GUEN

Remerciements

J'ai une profonde reconnaissance envers Geneviève VENS-WAGNER, Enseignante en Biologie, et Nicole FONTAINE-WAGNER, Optométriste, qui par nos discussions et leurs conseils de lecture m'ont orientée depuis de nombreuses années vers la **Biologie** et le « monde » des neuro-sciences.

Nous pensons, que pour enseigner plus humainement et plus efficacement, les enseignants devront s'ouvrir sur ces domaines.

Cet article a été publié dans :
DESTANDAU S., LADIRAY D., LE GUEN M., (1999), " *l'Analyse Exploratoire des données et SAS/INSIGHT*", Courrier des Statistiques, n°90, juin 1999, INSEE, pp3-44.